

ANÁLISE MATEMÁTICA DA ORIGEM, FORMAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DOS VENTOS: UMA APLICAÇÃO DOS OPERADORES DIFERENCIAIS

José Vicente Cardoso Santos¹
Melina Silva de Lima²

RESUMO

Descreve-se aqui os aspectos matemáticos das leis que mais contribuem para a formação dos ventos e dos fenômenos meteorológicos a eles associados. Objetiva-se à demonstração, para os estudantes dos cursos de áreas correlatas às matemáticas, uma aplicação prática e intuitiva dos operadores diferenciais e suas aplicações ao cotidiano. Como objetivos específicos tem-se: apresentar a evidência intuitiva de termos cotidianos que refletem os itens firmados pelos próprios operadores e a evidência de aspectos matemáticos na formação dos ventos, trazendo resultados de uma revisão de literatura na área. Para tal relata-se as equações que regem estes fenômenos e evidencia-se a ordem de grandeza de suas contribuições sobre a origem e classificação dos ventos de forma isomórfica à formação e escrita dos respectivos operadores diferenciais, a citar: divergente, rotacional, gradiente e o laplaciano. Evidencia-se, em especial, a correlação de cada tipo de vento com as condições de contorno de cada equação de formação, além da aplicabilidade dos operadores diferenciais não só na origem como também na classificação dos tipos de ventos. Demonstra-se a necessidade do conhecimento matemático dos operadores diferenciais para os profissionais que trabalham com a previsibilidade de condições meteorológicas tais como meteorologistas, navegadores, pilotos de aviões e helicópteros etc. Por fim, os autores, proporcionam um exemplo de aplicação e entendimento do uso destes operadores.

Palavras-chave: Operador diferencial. Meteorologia. Classificação dos ventos.

ABSTRACT

This describes the mathematical aspects of the laws that contribute most to the formation of winds and weather phenomena associated with them. Objective is the demonstration for students of the related mathematical fields, an intuitive and practical application of differential operators and its applications to everyday life. Specific objectives have: present the intuitive evidence of everyday terms that reflect the items signed by the operators themselves and the evidence of mathematical aspects in the formation of winds; bringing the results of a literature review in the area. For this report the equations governing these phenomena and highlights the magnitude of their contributions on the origin and classification of the winds of ionic form of training and writing of the respective differential operators, quote: divergent, rotational gradient and the Laplacian. Is shown, in particular, the correlation of each type of wind with the boundary conditions for each equation of training, beyond the applicability of differential operators not only in origin but also in the classification of types of winds. Demonstrates the necessity of differential operators of mathematical knowledge for professionals working with the predictability of weather conditions such as meteorologists, mariners, pilots of aircraft and helicopters etc.. Finally, the authors give an example of implementation and understanding of the use of these operators.

Keywords: Differential operator. Weather. Classification of winds.

¹ Bacharel em Física pela Universidade Federal da Bahia), Pós-Graduado em Física do Estado Sólido, com foco em Cristalografia, Pós-Graduado em Psicopedagogia, Mestre em Administração e Comércio Internacional (CESEC / UNEX - Universidade de Extremadura / Espanha / Badajoz), Doutor Honoris Causa com a Ordem do Mérito da Chancelaria para a América do Sul (Open Internacional University for Complementary Medicines - UNIMEC). Atualmente é Professor da Universidade Estadual da Bahia (UNEB), Estácio, IBES e SENAI-CIMATEC I.

² Mestre em Educação Matemática, Especialista em Psicopedagogia e em Projetos Educacionais e Informática. Bacharel em matemática. Mestranda em Astronomia pela Universidade Estadual de Feira de Santana. É professora na Estácio de Sá (Estácio FIB – BA), SENAI CIMATEC e UNEB (ead).

INTRODUÇÃO

O planeta terra é um sistema termodinâmico aberto e por esta razão recebe de forma ininterrupta energia externa sob forma de massa, luz e calor oriundos do sol, além disto, a forma de distribuição de toda esta energia é completamente aleatória e por esta razão perturba todo o sistema de distribuição de massa do planeta. Esta perturbação ocorre em diversas escalas e com diversas ordens de importância que variam de acordo com o tipo da massa (sólido, líquido e gás). Os sólidos e os líquidos são regidos em primeira ordem pelas forças gravitacionais e em segunda e terceira ordem pelas forças térmicas. Já os gases (atmosfera) são regidos em primeira instância pelas leis físicas da termodinâmica (RUBENS, 2013).

Ainda segundo Rubens (2013), neste cenário, a análise da formação, classificação e entendimento dos processos e desdobramentos dos ventos e fenômenos análogos perpassa pelo entendimento dos significados físicos análogos dos operadores diferenciais e suas formas de aplicação. Objetiva-se esta analogia e uma demonstração para os estudantes dos cursos de áreas correlatas à matemática, visando uma aplicação prática e intuitiva dos operadores diferenciais e suas aplicações a fenômenos cotidianos. Busca-se ainda a evidência intuitiva de termos cotidianos que refletem os itens firmados pelos próprios operadores, além da evidência de aspectos matemáticos na origem, formação e classificação dos ventos.

Utiliza-se uma metodologia de revisão de literatura nas áreas de meteorologia e matemática diferencial relatando-se as equações que regem estes fenômenos e evidenciando-se a ordem de grandeza da contribuição das equações sobre a origem e classificação dos ventos de forma isomórfica à formação e escrita dos respectivos operadores diferenciais, a citar: divergente, rotacional, gradiente e o laplaciano. Demonstra-se a necessidade do conhecimento matemático dos operadores diferenciais para os profissionais que trabalham com a previsibilidade de condições meteorológicas tais como meteorologistas, navegadores, pilotos de avião e helicóptero *etc.*

FENÔMENOS RELACIONADOS COM A ORIGEM E FORMAÇÃO DOS VENTOS

A ORIGEM DOS VENTOS

O estudo da origem dos ventos nos reporta à análise de montagem de equações matemáticas associadas às leis físicas da mecânica, termodinâmica e áreas correlatas. Quaisquer tipos de movimentos do ar atmosférico na superfície ou a grandes alturas, podem ser designados genericamente de ventos (SONNEMAKER, 2012).

Assim, ainda segundo o mesmo autor, a grande dificuldade na análise da origem e mensuração dos ventos é o fato de tanto o planeta quanto a atmosfera estarem constantemente em movimento, pois o planeta tem, no mínimo, movimentos de rotação e translação e a atmosfera, ao sofrer o movimento associado de rotação e também por não ser sólida, sofre movimentos secundários de forças de rotação e torção, gerando diversos outros tipos de movimento.

FENÔMENOS BÁSICOS DE FORMAÇÃO DOS VENTOS

Conforme preconiza Sonnemaker (2012), a análise dos fenômenos e/ou leis básicas que regem esta situação nos permite elencar:

- a velocidade angular do planeta é um fato relevante no movimento relativo de toda a atmosfera. Ela gera movimento interno dos sólidos, líquidos e principalmente os gases (atmosféricos);
- o aparecimento da força centrípeta e da força centrífuga associadas é fato também relevante para o equilíbrio do sistema, pois em consonância gera movimentos curvos de vento;
- a conservação do momento angular torna o equilíbrio das velocidades de rotação de cada parte constituinte da atmosfera algo fundamental para a sua movimentação, tanto na horizontal quanto na vertical;
- a força gravitacional e a massa do ar atmosférico criam uma distribuição heterogênea da massa de ar e conseqüentemente uma distribuição também heterogênea de pressão;
- as forças de fricção das massas de ar proporcionam um movimento horizontal das mesmas;

- a velocidade de rotação da Terra em combinação vetorial com velocidades horizontais e verticais de movimentos de massas de ar, gera o que se denomina de força de *coriolis*. Esta força proporciona acelerações destas massas no sentido norte-sul e/ou sul-norte do planeta. Estas acelerações são as responsáveis, em grande parte, pela geração de ventos, redemoinhos, ciclones, entre outros.

DESCRIÇÃO MATEMÁTICA

Para expressar todos estes fenômenos recorre-se às seguintes equações matemáticas:

- Equação de estado dos gases:

$$PV = NRT \quad \text{Eq.1}$$

- Equação do equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad \text{Eq.2}$$

- Equação geral do movimento (para corpos em rotação):

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -2\Omega \wedge \vec{V} - \frac{1}{\rho} \nabla \rho + \vec{g} + \vec{F}_r \quad \text{Eq.3}$$

- Equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad \text{Eq.4}$$

onde:

P = Pressão	V = Volume	N = Número de moléculas
T = Temperatura	z = altura	ρ = densidade
g = aceleração da gravidade	Ω = Velocidade Angular	
\vec{g} = Aceleração da gravidade	\vec{F}_r = Força resultante	

Observa-se que as equações, principalmente as diferenciais descritas, ainda não podem ser resolvidas de forma completa, pois não existem soluções analíticas e simples para todas elas, mesmo com a oferta de condições de contorno e outros elementos simplificadores (COURANT, 2000).

A equação geral do movimento, por exemplo, é bastante complicada, por tratar-se de uma equação diferencial em quatro dimensões (três espaciais com o

operador “nabla” associado e uma temporal). Como resolver estas equações de forma concomitante e com isto obter respostas fisicamente aceitáveis para os movimentos de massas de ar? Como fazer isto de forma rápida e providencial do ponto de vista meteorológico? Estas e outras questões são de fundamental importância para a área, pois a busca de solução implicará em uma capacidade de previsibilidade com brevidade do comportamento do tempo, e esta informação, além de ser estratégica, sempre foi o principal objetivo da meteorologia.

As formas atuais de solução são as técnicas numéricas, utilizando-se a ciência da computação e seus processos algoritmizados e automatizados. Entretanto, podemos associar algumas características das classes ou tipos de ventos com características das equações de contorno para a sua montagem, ou seja, podemos explicar as origens e também classificar os tipos de vento de acordo com o comportamento da atuação dos operadores diferenciais sobre as funções incógnitas destas equações (FLEMMING, 2007).

Para tal, ainda segundo Sonnemaker (2012), vale descrever algumas das propriedades observadas de forma empírica e fenomenológica sobre os ventos, a citar: as razões entre as velocidades horizontais e verticais são de 10^3 , ou seja, o vento praticamente só sopra na horizontal; a equação da continuidade deixa claro, através do uso do operador divergente, que quando entra mais massa por unidade de volume do que sai, é porque existe uma convergência do fluxo de ventos no volume considerado (ou seja, é como se houvesse um sumidouro de correntes de ar na região); a equação também permite situações inversas, ou seja, quando sai mais massa por unidade de volume, está havendo a divergência do fluxo de calor (isto é, é como se houvesse um gerador de correntes de ar na região). Sabe-se entretanto, que não existem “sumidouros” nem “geradores” de correntes de ar. Trata-se da resultante da combinação de forças, tais como as de rotação, centrífuga, centrípeta, que proporcionam o deslocamento e/ou compressão destas massas de ar na região de estudo.

CLASSIFICAÇÃO DOS VENTOS

Ainda segundo Sonnemaker (1999), para estudar e classificar os movimentos das massas atmosféricas, devemos considerar ao menos duas camadas distintas, em que os possíveis escoamentos possuam características próprias: uma é

identificada como *camada-limite-planetária* e a outra como *atmosfera-livre*. A primeira estende-se até no máximo dois ou três quilômetros do solo e a segunda, como o próprio nome indica, é livre até os limites superiores da atmosfera.

Em função destas duas camadas e do comportamento delas sob ação dos operadores nas equações de composição, temos os seguintes tipos de ventos previamente classificados:

Vento Geostrófico

Trata-se de um escoamento horizontal, uniforme, paralelo às isóbaras. Ocorre nos níveis superiores da atmosfera (atmosfera livre), onde os efeitos de fricção são desprezíveis. No caso deste tipo de vento algumas componentes destas equações tornam-se desprezíveis a ponto de simplificá-las bastante e proporcionar escoamentos paralelos às isóbaras e com velocidades constantes. Assim, como este tipo de vento é sempre paralelo às isóbaras no hemisfério norte, as baixas pressões estarão sempre à esquerda do vento neste hemisfério e, no hemisfério sul, à sua direita (lei de Buys-Ballot). (Veja figura 1). Este tipo de vento só tem componentes de força horizontais e a sua velocidade será sempre em função do gradiente de pressão, segundo a equação 4. Nas regiões do equador ocorrem turbulências e as simplificações das equações deixam de ser válidas.

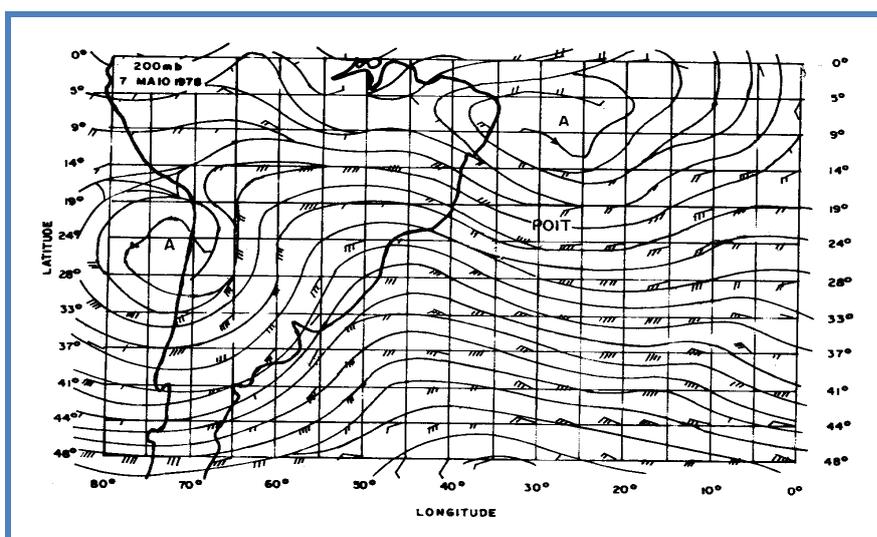


Figura 1 – Vento geostrófico.

Fonte: Rubens, 1991.

Vento gradiente

Trata-se de um escoamento horizontal, paralelo às isóbaras, as quais são curvas, e ocorre nos níveis superiores da atmosfera (atmosfera livre) onde os efeitos de fricção são desprezíveis, sendo constante o módulo do vetor velocidade. Este tipo de vento é caracterizado pelos ciclones e anticiclones. Os ciclones e anticiclones são escoamentos curvos fechados em torno dos centros de baixa pressão (Veja figura 2).

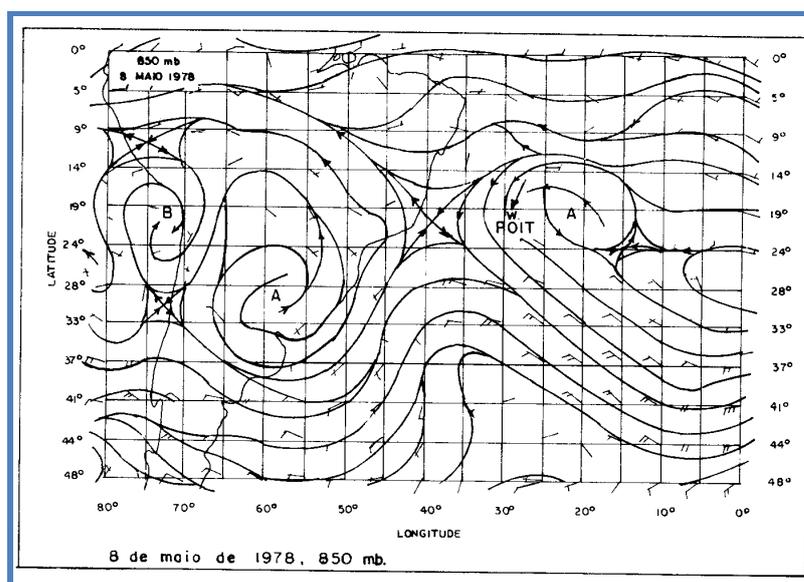


Figura 2 – Vento gradiente.
Fonte: Rubens, 2013.

A figura 2 mostra uma circulação anti-ciclônica (sentido anti-horário) sobre a América do Sul. Nela, tem-se um escoamento divergente a partir do centro de alta pressão, os ventos são relativamente fracos e as isóbaras encontram-se relativamente distantes uma da outra, o que indica um menor gradiente de pressão.

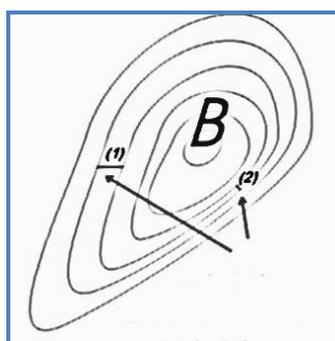


Figura 3. Linhas isóbaras.

A Figura 3 mostra linhas isóbaras (unem pontos de igual pressão). Nela, a intensidade do vento é diretamente proporcional ao “aperto” isobárico, ou seja onde as linhas encontram-se menos afastadas. Isto é, o *maior gradiente de pressão* nos dá uma maior intensidade do vento. Ainda na mesma figura, vê-se que o gradiente é maior no ponto (2), sendo a intensidade do vento maior.

Se apenas o gradiente de pressão fosse o responsável pela direção e intensidade do vento, este sopraria sempre dos pontos de alta pressão para os de mais baixa, já que este seria o caminho natural.

Vento Ciclostrófico

Trata-se de um escoamento atmosférico curvo (em relação à superfície do solo) de escala horizontal suficientemente pequena, como nos tornados e redemoinhos, em que a força de *coriolis* pode ser desprezada quando comparada com a força do gradiente de pressão. Este tipo de vento só ocorre em um centro de baixa pressão. Trata-se de um caso particular do escoamento gradiente, pois trata-se dos ventos fortes e rápidos ou até de pequenos tornados.

Classificação Segundo Observações Locais

Embora os ventos sejam simplesmente representados pelo seu vetor velocidade, em algumas regiões recebem nomes especiais. É o caso do Bora do Adriático, Mistral do vale do Ródano, Foehn da Suíça, Vento Leste do litoral brasileiro, etc. Desta forma podemos classificá-los também com a seguinte denominação:

Brisa de terra e de mar - São brisas de dias quentes que cruzam a linha da costa.

Brisa de montanha e de vale - São brisas que ocorrem devido ao aumento de temperatura dos picos de montanhas e o seu gradiente de temperatura provoca correntes de convecção locais (FIGURA 3).

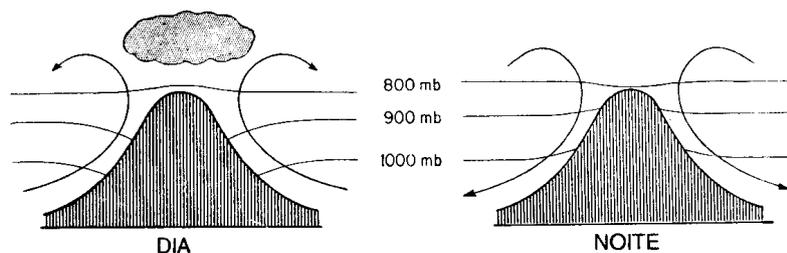


Figura 3 – Características inerentes aos ventos.
Fonte: Rubens, 2013.

Ventos drenados - São bolsões de ar frio acumulados em regiões montanhosas que são desagregados devido ao gradiente de temperatura local.

Vento Foehn ou Chinook - São ventos fortes, secos e quentes que sopram encostas abaixo devido ao preenchimento diferencial do gradiente de temperatura da montanha.

Ventos locais - São ventos com características específicas e com denominação local. Os nomes são típicos, mas não demonstram singularidades diferenciadas das anteriormente citadas.

COMENTÁRIOS FINAIS

Apesar destas classificações empíricas, verifica-se a existência de diversos tipos de ventos com características singulares que estão relacionadas diretamente com as particularidades da resolução das equações de estado para o mesmo no seu ambiente de aplicação. Neste sentido é evidente a associação entre as propriedades dos operadores diferenciais “nabla” (divergente, rotacional, gradiente e laplaciano) e os comportamentos de escoamento, velocidade, temperatura e pressão da atmosfera através do perfil dos ventos no nosso planeta, quiçá outros.

Desta forma, para o matemático, o estabelecimento da correlação entre as propriedades matemáticas dos operadores e os possíveis significados dos mesmos é de extrema importância para a formação da sua heurística e do seu estilo de uso prático e didático da matemática.

REFERÊNCIAS

FLEMMING, Diva Maria; GONÇALVES, Mírian Buss. **Cálculo A**: funções, limite, derivação, integração. São Paulo: Makron Books, 2007.

FOULIS, Munem. **Cálculo**. Rio de Janeiro: LTC, 2001-2002. Vol. I e II.

RUBENS, Leite V.; ALVES, Adil Rainier. **Meteorologia Básica e Aplicações**. Minas Gerais: Editora da UFV, 2013.

SONNEMAKER, João Baptista. **Meteorologia PP-PC-IFR-PLA**. São Paulo: Asa, 2012.